

PAPER

SFERIK UCHBURCHAK VA KOSINUSLAR TEOREMASI

Dadaboyeva Feruzaxon Olimjonovna ^{1, *}

¹Qo'qon davlat universiteti dotsenti

* feruzadadaboyeva573@gmail.com

Abstract

Mazkur maqolada sferik uchburchak va sferik uchburchak uchun kosinuslar teoremasi keltirib chiqarilgan. Parallaktik uchburchak va astronomik koordinatalar almashtirish formulalari ifodalangan.

Key words: sferik uchburchak, paralaktik uchburchak, sferik uchburchak uchun kosinuslar teoremasi.

Osmon jismlarining ko'rinma va haqiqiy harakatlari bilan bog'liq bo'lgan ko'p masalalarni yechish sferik uchburchak xossalari va formulalariga tayanadi. Sferaning biror katta aylanasi tekisligi bo'ylab yotmaydigan uch nuqtasi orqali o'tkazilgan katta aylanalarning kesishishidan hosil bo'lgan uchburchak sferik uchburchak deyiladi. Sferik uchburchakning burchagi deb, shu burchakning tashkil etuvchi katta aylana tekisliklari hosil qilgan ikki yoqli burchakka aytiladi. Bu sferik burchaklar uning uchlaridan tomonlariga o'tkazilgan urinmalar orasidagi tekis burchak bilan o'lganadi. Sferik uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi 180° katta bo'lib 540° dan kichik bo'ladi. Sferik uchburchak ichki burchaklari yig'indisi va orasidagi farq sferik orttirma deb yuritiladi.

$$\sigma = \angle A + \angle V + \angle C - 180^\circ$$

Sferik orttirma bilan sferik uchburchakning yuzi orasida quyidagi bog'lanish mavjud.

$$S = \sigma \frac{\pi R^2}{180^\circ}$$

bu yerda R —sfera radiusi. Tekislik uchburchagi sferik uchburchakdan keskin farq qilganidan uning formulalarini sferik uchburchak uchun qo'llab bo'lmaydi.

Sferik uchburchak formulalarini chiqaraylik. Uchlari A , B va C nuqtalarda yotgan sferik uchburchak, radiusi R va markazi O nuqtada bo'lgan sferada yotsin (2 – rasm). B va C nuqtalaridan o'tgan radius yunalishlari OB va OC larni A uchidan b va c tomonlariga o'tkazilgan urinmalar bilan kesishguncha davom

ettiramiz. Bu kesishgan nuqtalar (K va L) ni o'zaro tutashtirib, bir tomoni (KL) umumiy bulgan ikkita teng yonli AKL va OKL uchburchaklarni hosil qilamiz. Bu uchburchaklarning umumiy tomoni KL ning kattaligini har ikkala uchburchakdan alohida—alohida topsak,

$$AKL \text{ dan: } KL^2 = AK^2 + AL^2 - 2AK \cdot AL \cos A \quad (7)$$

$$OKL \text{ dan: } KL^2 = OK^2 + OL^2 - 2OK \cdot OL \cos a \quad (8)$$

(8) dan (7) ni ayirsak:

$$2OK \cdot OL \cos a = OK^2 - AK^2 + OL^2 - AL^2 + 2AK \cdot AL \cos A \quad (9)$$

Endi AKO va ALO uchburchaklar to'g'ri burchakli ekanligidan ulardan topilgan radius:

$$R^2 = OK^2 - AK^2, R^2 = OL^2 - AL^2 \quad (10)$$

bo'ladi. Shuningdek, bu uchburchaklardan:

$$\frac{R}{OK} = \cos c$$

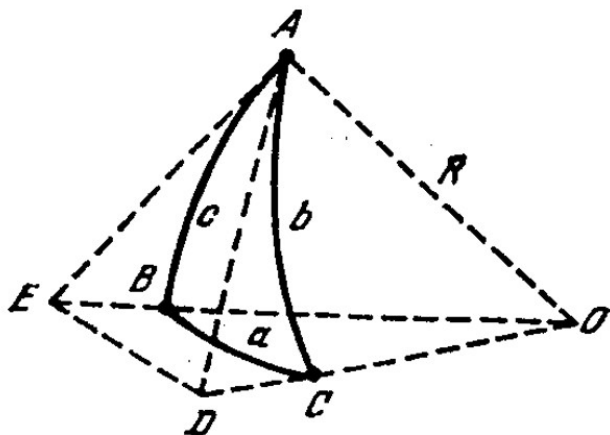
yoki

$$OK = \frac{R}{\cos c}$$

$$\frac{R}{OL} = \cos b$$

yoki

$$OL = \frac{R}{\cos b}$$



$$\frac{AK}{R} = \operatorname{tg} c$$

yoki

$$AK = R \cdot \operatorname{tg} c = R \frac{\sin c}{\cos c}$$

$$\frac{AL}{R} = \operatorname{tg} c$$

yoki

$$AL = R \cdot \operatorname{tg} c = R \frac{\sin b}{\cos b} \quad (11)$$

(10) va (11) larni ga qo'yib ixchamlab, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$2 \frac{R}{\cos c} = \frac{R \cos a}{\cos b} = R^4 + R^2 + 2R^2 = \frac{\sin c}{\cos c} = \frac{\sin b}{\cos b} = A$$

uni $2R^2$ ga bo'lsak,

$$\frac{\cos a}{\cos b \cdot \cos c} = 1 + \frac{\sin b \cdot \sin c}{\cos b \cdot \cos c} = A$$

yoki

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \quad (12)$$

Demak, sferik uchburchakda bir tomonining kosinusi qolgan ikki tomonining kosinuslari bilan shu tomonlar sinuslari va ular orasidagi burchak kosinusiga ko'paytmasining yig'indisiga teng bo'ladi. (12) formulani sferik uchburchakning boshqa tomonlari uchun ham yozish mumkin.

$$\cos b = \cos c \cdot \cos a + \sin c \cdot \sin a \cdot \cos B$$

$$\cos c = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C \quad (13)$$

(13) tenglamalardan (10) formuladagi

$$\cos a$$

o'riniga (9) tenglamaning o'ng tomonini qo'ysak, u holda:

$$\cos b = \cos c \cdot (\cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A) + \sin c \cdot \sin a \cdot \cos B$$

$$\cos b = \cos^2 c \cos b + \sin c \cdot \sin c \cdot \cos A + \sin c \cdot \sin a \cdot \cos B$$

$$\cos b(1 - \cos^2 c) = \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \cdot \cos B + \sin c \cdot \sin a \cdot \cos B$$

$$1 - \cos^2 c = \sin^2 c$$

ga almashgirib barcha haddarini sinc ga bo'lsak:

$$\cos b \cdot \sin c = \sin b \cdot \cos c \cdot \cos A + \sin a \cdot \cos B$$

yoki

$$\sin a \cdot \cos B = \cos b \cdot \sin c - \sin b \cdot \cos c \cdot \cos A$$

Shuningdek:

$$\sin b \cdot \cos C = \sin a \cdot \cos c - \sin c \cdot \cos a \cdot \cos B \quad (14)$$

$$\sin c \cdot \cos A = \sin b \cdot \cos a - \sin a \cdot \cos b \cdot \cos C$$

demak, sferik uchburchakda biror tomoni sinusining shu tomonga yopishgan burchak kosinusiga kupaytmasi, burchakni chegaralovchi ikkinchi tomon sinusining uchinchi tomon kosinusiga ko'paytmasidan chegaralovchi tomon kosinusini uchinchi tomon sinusiga va keyingi ikki tomon orasidagi burchak kosinusi ko'paytmasi ayrilganiga teng. (8) formulalar sferik uchburchakning besh elementli formulalari deb yuritiladi. Endi (6) tenglamani $\cos A$ ga nisbatan aniqlab, sinuslar formulalarini topamiz.

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c} \quad (15)$$

Ikkala tomonini kvadratga ko'tarib:

$$\cos^2 A = \frac{(\cos a - \cos b \cdot \cos c)^2}{\sin^2 b \cdot \sin^2 c} \quad (16)$$

hosil qilamiz. ning har ikkala tomoninidan ayirsak:

$$1 - \cos^2 A = 1 - \frac{(\cos a - \cos b \cdot \cos c)^2}{\sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

bu yerda $1 - \cos^2 \theta$ ni $\sin^2 \theta$ bilan almashtirib, tenglikning ikkala tomonini $\sin^2 a$ ga bo'lsak:

$$\sin^2 A = 1 - \frac{(\cos a - \cos b \cdot \cos c)^2}{\sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

yoki

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{(1 - \cos^2 b) \cdot (1 - \cos^2 c) - (\cos a - \cos b \cdot \cos c)^2}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

Qavslarni ochib ixchamlasak

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{1 - \cos^2 b - \cos^2 c + \cos^2 b \cdot \cos^2 c - \cos^2 a + 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos c - \cos^2 b \cdot \cos^2 c}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

demak

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos c}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c} \quad (17)$$

olingan natija a, b, c lar uchun simmetrik bo'lganidan

$$\frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} = \frac{1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos c}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

$$\frac{\sin^2 C}{\sin^2 c} = \frac{1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos c}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

(17) da tenglamalarning o'ng tomonlari teng bo'lganidan

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} = \frac{\sin^2 C}{\sin^2 c}$$

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} = \text{const} \quad (18)$$

Sferik uchburchak istalgan burchagi sinusining bu burchak qarshisidagi tomon sinusiga nisbati o'zgarmas kattalikdir.

Yuqorida keltirilgan formulalar osmon jismlariga doir ko'plab masalalarni yechishga imkon beradi. Osmon koordinalarining biridan ikkinchisiga o'tish parallaktik uchburchak yordamida amalga oshiriladi. Masala yechish darslarida va astronomik kuzatishlar jarayonida osmon koordinatalarini almashtirish va tahlil qilishga sferik uchburchak uchun kosinuslar teoremasi qo'l keladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Бакулин П., Кононович Э., Мороз В. Курс обще астрономии. М.Наука, 1997 г.
2. Мамадазимов М. “Сферик ва амалий астрономиядан масалалар” Т., Ўқитувчи, 1977 й.
3. Mamadazimov M. Astronomiya, AL va KHKlari uchun darslik. -T: «O'qituvchi», 2004. '
4. Mamadazimov M.M. Umumiy Astronomiya. Toshkent, “Yangi asr avlodi”, 2008.