Advances in Science and Education

Advances in Science and Education, 2025, 10–11

doi: 10.70728/edu.v01.i03.003
Volume 01, Issue 03
ISSN: 3060-5415
Paper

PAPER

ЭЛЕКТР ЮРИТУВЧИ КУЧИ $e(t)$ ГА ТЕНГ БЎЛГАН МАНБАГА КЕТМА-КЕТ УЛАНГАН LC-ЗАНЖИРНИНГ ТЕБРАНИШИНИ ЎРГАНИШДА ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРДАН ФОЙДАЛАНИШ

Эшболтаев Иқбол Мамиржонович[1, *], Эркинова Мохларойим Мухторжон қизи[2], Эшболтаев Икромжон Иқбол ўғли[3]

[1]Қўқон давлат университети профессори, PhD.
[2]02/22-Физика ва астрономия гуруҳи талабаси
[3]02/23-Математика-информатика гуруҳи талабаси

* eshboltayev@gmail.com

Abstract

Тебранишнинг дифференциал тенгламасини эътиборга олиб, электр юритувчи кучи $e(t)$ га тенг бўлган манбага кетма-кет уланган L индуктивлик ғалтаги ва C сиғимдан иборат контур уланган. Занжирда R каршилик йўқ деб фараз қилайлик ва $E\cos(\omega t + \psi)$ (бу ерда $\omega \neq \frac{1}{\sqrt{LC}}$) ЭЮК бўлган LC-занжирни кўриб чиқамиз ва ечимнинг физикавий маъносини аниқлаймиз.

Key words:
электр юритувчи куч, интегро-дифференциал тенглама, электр занжиридаги тебраниш, эркин тебраниш, иккинчи тартибли чизиқли бир жинсли дифференциал тенглама, Кирхгоф қонуни, муҳит қаршилиги, контур.

Кириш

Электр юритувчи кучи $e(t)$ га тенг бўлган манбага кетма-кет уланган L индуктивлик ғалтаги ва C сиғимдан иборат контур уланган. Занжирда R каршилик йўқ деб фараз қилайлик ва $E\cos(\omega t + \psi)$ (бу ерда $\omega \neq \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ЭЮК бўлган LC-занжирни кўриб чиқайлик.

Бу ҳолда дифференциал тенглама ушбу кўринишда бўлади:

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C}i = -E\omega\sin(\omega t + \psi)$$

бошланғич шартлар: $i\big|_{t=0} = 0$, $\quad \frac{di}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{E}{L}\cos\psi$ (кейинги шарт $\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\,d\tau = E\cos(\omega t + \psi)$ тенгламадан $t = 0$ да ҳосил бўлади).

Мос бир жинсли тенгламанинг умумий ечими:

$$I = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t, \quad \text{”бу ерда} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Хусусий ечимни топамиз:

Compiled on: June 6, 2025.
Manuscript prepared by the author.

$$\frac{1}{C}\Big| \; i = \bar{i} = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

$$0\Big| \; \frac{d\bar{i}}{dt} = -A\omega\sin\omega t + B\omega\cos\omega t$$

$$L\Big| \; \frac{d^2\bar{i}}{dt^2} = -A\omega^2\cos\omega t - B\omega^2\sin\omega t$$

$$A\left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)\cos\omega t + B\left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)\sin\omega t =$$

$$= -E\omega\sin\psi\cos\omega t - E\omega\cos\psi\sin\omega t$$

Демак,
$AL\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right) = -E\omega\sin\psi$, бу ердан $A = -\frac{E\omega\sin\psi}{L(\omega_0^2-\omega^2)}$,
$BL\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right) = -E\omega\cos\psi$, бу ердан $B = -\frac{E\omega\cos\psi}{L(\omega_0^2-\omega^2)}$
шунинг учун

$$\bar{i} = \frac{E\omega}{L(\omega^2-\omega_0^2)}\left(\sin\psi\cos\omega t + \cos\psi\sin\omega t\right)$$

ёки

$$\bar{i} = \frac{E\omega}{L(\omega^2-\omega_0^2)}\sin(\omega t + \psi)$$

Шундай қилиб, умумий ечим ушбу кўринишда ҳосил бўлади:

$$i = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t + \frac{E\omega}{L(\omega^2-\omega_0^2)}\sin(\omega t + \psi)$$

Бошланғич шартларни қаноатлантирадиган хусусий ечимни топиш учун

$$\frac{di}{dt} = -C_1\omega_0\sin\omega_0 t + C_2\omega_0\cos\omega_0 t + \frac{E\omega^2}{L(\omega^2-\omega_0^2)}\cos(\omega t + \psi)$$

ҳосилани ёзиб оламиз ва i ҳамда $\frac{di}{dt}$ нинг ифодаларига уларнинг $t = 0$ даги қийматларини қўямиз:

$$0 = C_1 + \frac{E\omega\sin\psi}{L(\omega^2-\omega_0^2)}, \quad \text{бу ердан} \quad C_1 = -\frac{E\omega\sin\psi}{L(\omega^2-\omega_0^2)}$$

$\frac{E}{L}\cos\psi = C_2\omega_0 + \frac{E\omega^2\cos\psi}{L(\omega^2-\omega_0^2)}$, бу ердан $C_2 = -\frac{\omega_0 E\cos\psi}{L(\omega^2-\omega_0^2)}$, ва демак,

$$i = -\frac{E}{L(\omega^2-\omega_0^2)}\left[\omega\sin\psi\cos\omega t + \omega_0\cos\psi\sin\omega t - \omega\sin(\omega t + \psi)\right]$$

ёки

$$i = \frac{E}{L(\omega^2-\omega_0^2)}\left[\omega\sin(\omega t + \psi) - \omega\sin\psi\cos\omega t - \omega_0\cos\psi\sin\omega t\right]$$

Ихтиёрий ўзгармаслар бошланғич шартлардан олдинги ҳолдаги каби аниқланади,
Агар $\omega = \frac{1}{LC} = \omega_0$ бўлса, хусусий ечимни $i = t\left(A\cos\omega t + B\sin\omega t\right)$ кўринишда излаш керак, у ҳолда

$$\frac{di}{dt} = t\left(-A\omega\sin\omega t + B\omega\cos\omega t\right) + A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} = t\left(-A\omega^2\cos\omega t - B\omega^2\sin\omega t\right) + \left(-2A\omega\sin\omega t + 2B\omega\cos\omega t\right)$$

$L\omega^2 - \frac{1}{C} = 0$ бўлгани учун тенгламага $\bar{i}$ ва $\frac{d^2\bar{i}}{dt^2}$ нинг ифодасини қўйиб, ушбу айниятни ҳосил қиламиз.

$$L\left(-2A\omega\sin\omega t + 2B\omega\cos\omega t\right) = E\omega\cos\omega t$$

бу ердан $A = 0, \quad B = \frac{E}{2L}$ эканлиги келиб чиқади ва шунинг учун

$$\bar{i} = \frac{E}{2L}t\sin\omega t$$

Бу ҳолда ($R = 0$) тенгламанинг умумий ечими қуйидаги кўринишда бўлади:

$$i = I + \bar{i} = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{E}{2L}t\sin\omega t$$

C_1 ва C_2 ларни $\bar{i}\big|_{t=0} = 0$ ва $\frac{di}{dt}\big|_{t=0} = 0$ бошланғич шартлардан топамиз. Бунинг учун

$$\frac{di}{dt} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \frac{E\omega t}{2L}\cos\omega t + \frac{E}{2L}\sin\omega t$$

ни ёзиб оламиз ва $t = 0$ қийматни i ҳамда $\frac{di}{dt}$ нинг ифодасига қўямиз, натижада $C_1 = C_2 = 0$ ни, яъни $i = \bar{i}$ ни ҳосил қиламиз. Ниҳоят қуйидагига эга бўламиз (резонанс ҳол):

$$i = \frac{E}{2L}t\sin\omega t, \quad \text{bu yerda } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Адабиётлар

1. Brian Dolan, Lecture notes for Mechanics, http: //www. thphys. nuim. ie/Notes/ Mechanics/lectures.pdf
2. Eric Poisson,Advanced mechanics https://www. physics. uoguelph. ca/poisson/ research/mech.pdf
3. Douglas C. Giancoli, Physics Principles with Applications. New York 2014. https://www.amazon.com
4. Strelkov S.P. Mexanika. Uchebnoe posobie - Moskva: Nauka, 2011. -361 s.
5. Sivuxin D.P.Umumiy fizika kursi. 1-qism.Toshkent: O‘qituvchi, 1981. -520 b.